

14. Mathematik

A. Fachbezogene Hinweise

Grundlage für die zentrale schriftliche Abiturprüfung 2009 im Fach Mathematik sind die durch Erlass des MK vom 13.10.2004 per E-Mail direkt an die Schulen verschickten präzisierten Rahmenrichtlinien für die gymnasiale Oberstufe und die KMK EPA Mathematik. Die über den Kern der Rahmenrichtlinien hinausgehenden Vertiefungen werden in den Hinweisen zu den Thematischen Schwerpunkten festgelegt.

Beim Nachweis der fachlichen Kompetenzen kommt den fachlichen Inhalten aus den Sachgebieten Analysis, Lineare Algebra/ Analytische Geometrie und Stochastik besondere Bedeutung zu.

Dabei stellen insbesondere folgende Aspekte bei der Erarbeitung in der Qualifikationsphase (Kursstufe) wichtige Grundlagen dar:

Analysis

Die Prüflinge sollen nachweisen, dass sie die Synthese von Funktionen und ihren Eigenschaften (im Unterricht auf erhöhtem Anforderungsniveau auch Funktionenscharen) und die Analyse von Funktionen und Funktionenscharen unter besonderer Berücksichtigung der Differenzial- und Integralrechnung beherrschen und entsprechende Verfahren sachgerecht zur Lösung innermathematischer und realitätsbezogener Sachsituationen und Probleme einsetzen können. Hierzu sollen sie symbolische, grafische und numerische Verfahren auch unter Zuhilfenahme von aus dem Unterricht bekannten Rechnertechnologien sinnvoll und angemessen einsetzen.

- Funktionenklassen: laut EPA
- Qualitative und quantitative Untersuchung globaler und lokaler Eigenschaften von Funktionen und Funktionenscharen (s.o.)
- Untersuchungen von abgeschlossenen Flächen (im Kurs mit erhöhten Anforderungen auch unbegrenzte Flächen)
- Verknüpfung von Funktionen und Funktionenscharen

Stochastik

Die Prüflinge sollen nachweisen, dass sie einfache Zufallsexperimente auswerten können. Sie müssen in der Lage sein, ein geeignetes Modell zur Bearbeitung realitätsnaher Fragestellungen auszuwählen, Kennzahlen von Zufallsgrößen/Verteilungen zu berechnen und im Sachzusammenhang zu interpretieren. Sie sollen nachweisen, dass sie mindestens ein Verfahren der Beurteilenden Statistik anwenden können.

- Grundkenntnisse der Wahrscheinlichkeitsrechnung - Wahrscheinlichkeitsbegriff, Baumdiagramme/ Pfadregeln
- Wahrscheinlichkeitsverteilungen diskreter Zufallsgrößen und ihre Kennzahlen (Erwartungswert, Varianz und Standardabweichung), speziell Binomialverteilung

Beim Umgang mit Wahrscheinlichkeiten können Tabellen, die den Aufgaben beiliegen, oder Rechnerfunktionen genutzt werden.

Lineare Algebra/Analytische Geometrie

(allgemein bildende Schulen und Fachgymnasium „Technik“)

Für die Abiturprüfung 2009 soll der Schwerpunkt dieses Sachgebietes geometrisch orientiert sein.

Grundlage ist daher der Inhaltsstrang „Vektorielle analytische Geometrie (A1)“ der EPA Mathematik.

Die Prüflinge sollen in diesem Bereich nachweisen, dass sie über eine sichere mathematische Orientierung im Anschauungsraum verfügen, die Verfahren der Vektorgeometrie zur Analyse und Synthese der Lagebeziehungen von Objekten im Raum beherrschen und Problemstellungen der metrischen Geometrie sachgerecht bearbeiten können.

- Schrägbilder
- Vektoren im Anschauungsraum
- Darstellung und Lagebeziehungen von Punkten, Geraden und Ebenen im Raum
- Standardskalarprodukt
- Abstands- und Winkelberechnungen

Lineare Algebra/Analytische Geometrie (Fachgymnasium „Wirtschaft“, Fachgymnasium „Gesundheit und Soziales“)

Grundlage für die Abiturprüfung 2009 ist der Inhaltsstrang „Anwendung von Matrizen bei mehrstufigen Prozessen (A3)“ der EPA Mathematik. Hierbei sollen die Schülerinnen und Schüler die Lineare Algebra als notwendiges Hilfsmittel zur Lösung von Problemen aus den jeweiligen Berufsfeldern Wirtschaftswissenschaften, Gesundheit und Soziales kennen und anwenden können.

- Lösen linearer Gleichungssysteme (Gauß'sches Eliminationsverfahren) (im Kurs mit erhöhten Anforderungen auch Lösbarkeitsuntersuchungen und LGS mit Parametern)
- Rechnen mit Vektoren und Matrizen
- Modellierung realitätsbezogener Problemstellungen mit linearen Gleichungssystemen

Hinweise zur Kombination von Prüfungsaufgaben

Den Prüflingen werden zwei Prüfungsaufgaben vorgelegt. Jede Prüfungsaufgabe besteht aus *drei* Aufgaben, die sich auf die drei Sachgebiete Analysis, Stochastik und Analytische Geometrie/Lineare Algebra beziehen. Die beiden Prüfungsaufgaben setzen sich jeweils aus zwei thematischen Blöcken zusammen: Block 1 besteht jeweils aus einer Analysisaufgabe (Aufgabe 1A bzw. 1B), Block 2 enthält Aufgaben aus den Sachgebieten Stochastik und Analytische Geometrie/Lineare Algebra. Der Block 2A (Schwerpunkt Stochastik) enthält eine Aufgabe 1 aus dem Sachgebiet Stochastik und eine Aufgabe 2 aus dem Sachgebiet Analytische Geometrie/Lineare Algebra. Der Block 2B (Schwerpunkt Analytische Geometrie/Lineare Algebra) enthält eine Aufgabe 1 aus dem Sachgebiet Analytische Geometrie/Lineare Algebra und eine Aufgabe 2 aus dem Sachgebiet Stochastik. Jeder Prüfling wählt aus den beiden Prüfungsaufgaben einen Block 1 und einen Block 2 aus.

Für die *Abendgymnasien* und die *Kollegs* gilt für die Abiturprüfung 2009 folgende besondere Regelung: Der Prüfling darf beim Auswählen des Blockes 2 der Prüfungsaufgaben die Aufgabe 2 gegeneinander austauschen.

Für *Fachgymnasien* gelten folgende besondere Regelungen:

Die beiden Analysisaufgaben in Block 1 werden für alle Fachgymnasien berufsbezogen gestellt. In Block 2A des Fachgymnasiums „Technik“ sind die Aufgaben ohne, in Block 2B mit Berufsbezug. In Block 2A der Fachgymnasien „Wirtschaft“ und „Gesundheit und Soziales“ ist die Aufgabe aus der Stochastik ohne, die in Block 2B mit Berufsbezug; die Aufgabe aus der Linearen Algebra ist in Block 2A und 2B berufsbezogen.

In Abhängigkeit von der Fachrichtung wird folgende Zuordnung der Sachgebiete für beide Prüfungsaufgaben festgelegt:

	FG „Wirtschaft“	FG „Technik“	FG „Gesundheit und Soziales“
Aufgabe 2	Stochastik	Analytische Geometrie	Stochastik
Aufgabe 3	Lineare Algebra	Stochastik	Lineare Algebra

Fachgymnasien mit mehreren Fachrichtungen entscheiden zu Beginn der Qualifikationsphase (Kursstufe) über die Zuordnung zu einem berufsbezogenen Schwerpunkt (FG „Wirtschaft“ oder FG „Technik“ oder FG „Gesundheit und Soziales“).

Die Gewichtung der beiden Blöcke 1 und 2 soll etwa im Verhältnis 1 : 1 vorgenommen werden. In Block 2 sollen die beiden Aufgaben etwa im Verhältnis von 2 : 1 gewichtet werden.

Für die schriftliche Abiturprüfung werden unterschiedliche Prüfungsaufgaben vorgelegt, die sich durch die Art der verwendeten Rechnertechnologie unterscheiden. Dabei werden die folgenden zwei *Technologie-kategorien* berücksichtigt:

- grafikfähiger Taschenrechner ohne CAS (GTR)
- computeralgebrafähiger Taschencomputer, Computeralgebrasystem auf einem PC (CAS)

Einzelne Teile und Aufgabenstellungen der Prüfungsaufgaben werden sich bzgl. der zu erwartenden Lösungsstrategie, der Lösungswege und der Lösungsvielfalt in Abhängigkeit von der jeweilig zu benutzenden Rechnertechnologie unterscheiden. Bei der vorgegebenen Bewertung wird die verwendete Rechnertechnologie berücksichtigt.

Unabhängig von der verwendeten Technologief orm sollen die Prüflinge auch über rechnerunabhängige Grundkompetenzen verfügen.

Nähere Hinweise zum Einsatz von Hilfsmitteln befinden sich im Abschnitt C.

B. Thematische Schwerpunkte

Thematischer Schwerpunkt 1: Analysis

Unterricht auf grundlegendem Anforderungsniveau

Vertiefungen für allgemeinbildende Schulen

- Gebrochen-rationale Funktionen und deren lokale Näherungen durch ganzrationale Funktionen („Taylornäherung“)
- Funktionenscharen
- Ortslinien
- Modellierungen insbesondere mit gebrochen-rationale Funktionen

Vertiefungen (berufsbezogen) für Fachgymnasien

FG „Wirtschaft“, FG „Gesundheit und Soziales“:

- Gebrochen-rationale Funktionen
- Angebot und Nachfrage mit Steuern und Subventionen, Kostentheorie, Minimalkostenkombination

FG „Technik“:

- Gebrochen-rationale Funktionen
- Modellierung mit berufsbezogenen Beispielen aus den Bereichen Werkzeugkonturen, Bogenlängen, Anfahrwege, Verkehrsdichtefunktionen, p-V-Diagramme

Unterricht auf erhöhtem Anforderungsniveau

Vertiefungen für allgemeinbildende Schulen

- Gebrochen-rationale Funktionen und deren lokale Näherungen durch ganzrationale Funktionen („Taylornäherung“)
- Abschnittsweise definierte Funktionen; Stetigkeit und Differenzierbarkeit
- Funktionenscharen
- Modellierungen insbesondere mit gebrochen-rationale Funktionen

Vertiefungen (berufsbezogen) für Fachgymnasien

FG „Wirtschaft“, FG „Gesundheit und Soziales“:

- Gebrochen-rationale Funktionen
- Angebot und Nachfrage mit Steuern und Subventionen, Kostentheorie, Minimalkostenkombination, Haushaltsoptimum, Kennzahlen

FG „Technik“:

- Gebrochen-rationale Funktionen
- Modellierung mit berufsbezogenen Beispielen aus den Bereichen Werkzeugkonturen, Bogenlängen, Anfahrwege, Verkehrsdichtefunktionen, p-V-Diagramme

Thematischer Schwerpunkt 2: Stochastik (auch für das Fachgymnasium „Wirtschaft“ und das Fachgymnasium „Gesundheit und Soziales“)

Vertiefungen für Unterricht auf grundlegendem Anforderungsniveau

- Grundkenntnisse der beschreibenden Statistik – Daten beschreiben und auswerten
- Regression; Bestimmung und Interpretation des Korrelationskoeffizienten
- Vergleich von Binomialverteilung und hypergeometrischer Verteilung
- Vertrauensintervalle für nicht bekannte Wahrscheinlichkeiten

Vertiefungen für Unterricht auf erhöhtem Anforderungsniveau

- Grundkenntnisse der beschreibenden Statistik – Daten beschreiben und auswerten
- Regression; Bestimmung und Interpretation des Korrelationskoeffizienten
- Vergleich von Binomialverteilung und hypergeometrischer Verteilung
- Vertrauensintervalle für nicht bekannte Wahrscheinlichkeiten
- Wahrscheinlichkeitsverteilungen stetiger Zufallsgrößen, speziell Normalverteilung

Thematischer Schwerpunkt 2 für das Fachgymnasium „Technik“: Stochastik**Vertiefungen für Unterricht auf grundlegendem Anforderungsniveau**

- Grundkenntnisse der beschreibenden Statistik – Daten beschreiben und auswerten
- Binomialverteilung mit Hypothesentest

Vertiefungen für Unterricht auf erhöhtem Anforderungsniveau

- Grundkenntnisse der beschreibenden Statistik – Daten beschreiben und auswerten
- Regression; Bestimmung und Interpretation des Korrelationskoeffizienten
- Binomialverteilung mit Hypothesentest

Thematischer Schwerpunkt 3 für allgemeinbildende Schulen und Fachgymnasium „Technik“: Analytische Geometrie

Der Schwerpunkt dieses Sachgebietes soll geometrisch orientiert sein. Grundlage für die Abiturprüfung 2009 ist der Inhaltsstrang „Vektorielle analytische Geometrie (A1)“ der EPA Mathematik.

Vertiefungen für Unterricht auf grundlegendem Anforderungsniveau

- Normalenform
- Vektorprodukt mit Anwendungen
- Flächen- und Rauminhalte einfacher geometrischer Gebilde wie Dreieck, Viereck, Quader, Spat und Pyramide

Vertiefungen für Unterricht auf erhöhtem Anforderungsniveau

- Erstellen und Interpretieren unterschiedlicher Formen von Ebenengleichungen
- Klassifikation von Geraden- und Ebenenscharen sowie deren gegenseitiger Lagebeziehung
- Flächen- und Rauminhalte einfacher geometrischer Gebilde wie Dreieck, Viereck, Spat und Pyramide
- Vektorprodukt mit Anwendungen

Thematischer Schwerpunkt 3 für das Fachgymnasium „Wirtschaft“ und das Fachgymnasium „Gesundheit und Soziales“: Lineare Algebra

Grundlage für die Abiturprüfung 2009 ist der Inhaltsstrang „Anwendung von Matrizen bei mehrstufigen Prozessen (A3)“ der EPA Mathematik.

Vertiefungen für Unterricht auf grundlegendem Anforderungsniveau

- Produktionsplanung
- Lineare Optimierung

Vertiefungen für Unterricht auf erhöhtem Anforderungsniveau

- Produktions- und Absatzplanung
- Lineare Optimierung und Simplexmethode

C. Sonstige Hinweise

Hilfsmittel

In der Abiturprüfung sollen die Prüflinge die ihnen bekannte und vom Unterricht vertraute Rechner-technologie einsetzen. Sie sollen in der Prüfung u. a. den sinnvollen Gebrauch der ihnen vertrauten Rechnertechnologie nachweisen. Die Schule muss zu Beginn der Qualifikationsphase festlegen, welche der in der Einleitung beschriebenen zwei Technologiekategorien in der Abiturprüfung in den jeweiligen Prüfungsgruppen angewendet werden soll. Durch diese Entscheidung wird eine Aufgabenklasse für die Prüfungsgruppe festgelegt, die nicht mehr verändert werden kann.

Für den Technologieeinsatz in den Prüfungen gilt:

- Alle Taschenrechner sind mittels eines Hard- bzw. Software-Resets vor der Prüfung in den Urzustand (bei Auslieferung) zu versetzen. Programme sind auf dem Rechner nicht zulässig.
- Für eine hinreichende Anzahl von Ersatzrechnern ist zu sorgen.
- Bei den Computeralgebrasystemen sind keine Ergänzungsprogrammpakete zulässig; auf PC's sind neben einem CAS die Standard-Officeprogramme, aber keine weiteren mathematischen Programme zulässig.
- *Vernetzte Rechner* sind in der Abiturprüfung *nicht zulässig*. In Rechnernetzen ist von der Schule zu gewährleisten, dass die benutzten Rechner hardwareseitig vom Netz getrennt sind. Funknetzungen sind auf der Hardware- und Softwareseite so zu trennen, dass weder im Prüfungsraum noch in der lokalen Umgebung auf das System zugegriffen werden kann.
- Die textliche *Dokumentation der Problemlösung* muss in der Reinschrift so angelegt sein, dass der Gedankengang der Problemlösung vollständig nachvollziehbar ist; die Dokumentation ist integraler Bestandteil der Problemlösung und geht in die Bewertung der Prüfungsleistung ein.
- Bei der Übertragung von Graphen von Rechnern in die Dokumentation sind die Skalierungen der Achsen geeignet zu dokumentieren; die Terme der dargestellten Funktionen sind anzugeben, die Zuordnung Term – Graph muss eindeutig und nachvollziehbar sein.
- Wird der Computer zum Editieren von Aufgabenlösungen benutzt, muss der Prüfling zum Abschluss einen Computerausdruck seines Lösungstextes durch Unterschrift autorisieren. Die Erstellung des Computerausdrucks ist von der Schule geeignet so zu organisieren, dass beim Abgeben der Prüfungsarbeit der unterschriebene Ausdruck vorliegt. Nur der *autorisierte Ausdruck ist Bestandteil der Prüfungsarbeit*; die elektronische Version (Datei) kann *nicht* zur Korrektur oder Bewertung *herangezogen werden*.
- Die verwendete Technologie muss in den Prüfungsakten (mit Angabe des verwendeten Computeralgebrasystems bzw. Taschenrechner-Typs) von dem Prüfer vermerkt werden.

Zur Abiturprüfung sind gedruckte *Formelsammlungen* der Schulbuchverlage und Handbücher der Rechner zugelassen. Die Formelsammlungen dürfen keine Beispielaufgaben enthalten. Die Formelsammlungen sind vor Ausgabe an die Prüflinge zu überprüfen. *Nicht zugelassen* sind schulinterne eigene Druckwerke, mathematische Fachbücher und mathematische Lexika (Taschenbuch der Mathematik, Lexikon der Mathematik).

Beispiele für auch in den Naturwissenschaften zugelassene Formelsammlungen sind:

- Formelsammlung bis zum Abitur, Paetec – Gesellschaft für Bildung und Technik
Früher: Formeln und Tabellen für die Sekundarstufen I und II
- Das große Tafelwerk, Cornelsen